

pat  
2021



RANGKUMAN  
K I L A T

# Matematika Wajib

# KATA PENGANTAR

Halo Kilaters!

Terima kasih banyak atas dukungan kalian untuk menggunakan Rangkuman Kilat sebagai salah satu referensi belajar dalam menghadapi PTS 2021 kemarin. Kami juga ingin berterima kasih juga untuk kesabaran kalian dalam menanti Rangkuman Kilat – PAT 2021. Pada Kesempatan kali ini, kami telah menyusun Rangkuman Kilat edisi PAT 2021 sesuai dengan kisi-kisi yang diberikan dari guru.

Walaupun kami tahu bahwa halaman kata pengantar ini tidak akan dibaca kalian, kami akan tetap mengingatkan kalian boleh saja menggunakan Rangkuman Kilat sebagai referensi belajar kalian, akan tetapi jangan pasrah dengan belajar dari Rangkuman kami saja. Belajarlah dari referensi yang lain, seperti buku, latihan soal, dan internet. Seperti yang kalian tahu bahwa Rangkuman Kilat dibuat oleh Team Kilat yang merupakan sekelompok murid, sehingga dapat disimpulkan bahwa Rangkuman Kilat ini bukan dari guru.

Akhir kata, kami sekali lagi ingin berterima kasih sebanyak-banyaknya atas dukungan dan kepercayaan kalian kepada Team Kilat, dan kami doakan sukses dan yang terbaik bagi kalian untuk menghadapi PAT 2021 kali ini.



Kak Harto		Centrino
Coloid		xnyaa
Biola*_*		Jane

*In collaboration with AstrayR*

---

Ada kritik, saran, dan kesalahan dalam Rangkuman ini? Kalian bisa isi link gform di bawah ini. Gform akan selalu baca hingga H-1 hari terakhir PAT 2021.

[https://docs.google.com/forms/d/15KvpTscON89jG0jsVa1QvGS49-Zw1To5A\\_f3o7nn368/edit?usp=sharing](https://docs.google.com/forms/d/15KvpTscON89jG0jsVa1QvGS49-Zw1To5A_f3o7nn368/edit?usp=sharing)

Dukung Team Kilat! <https://saweria.co/teamkilat>

## Turunan (Diferensial)

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \dots \dots \text{rumus dasar}$$

Bentuk  $\cong$ :  $f'(x) = y' = \frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} \rightarrow$  tergantung soal

Contoh:  $y = x$

$$\frac{dy}{dx} = y' = 1$$

variabelnya  $y$  &  $x$

Yang dipakai:

$$f(x) = ax^n$$

↑ angka

$$f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$$

Turunan  $x$

$$y = x^7$$

Letakkan 7 di depan

$$y' = (x^7)' = 7x^6$$

Kurangkan 1 dari 7

→ Jika  $y = k \rightarrow y' = 0$

(k adalah konstanta [angka])

→ Jika  $y = k f(x) \rightarrow y' = k f'(x)$

→ Jika  $y = f(x) + g(x) \rightarrow y' = f'(x) + g'(x)$

→ Jika  $y = f(x) - g(x) \rightarrow y' = f'(x) - g'(x)$

Contoh:

$y = 2x^3$	$y = x^3 + 5x + 2$
$y' = 2 \cdot 3x^2$	$y' = 3x^2 + 5 + 0$
$= 6x^2$	$= 3x^2 + 5$

Jika  $y = f(x)g(x) \rightarrow y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$  } sama saja

$y = u \cdot v \rightarrow y' = u' \cdot v + u \cdot v'$  }

Contoh:

Turunkanlah fungsi berikut

$$y = (x^2+1)(x^3+1)$$

$$y = f(x) \cdot g(x) \rightarrow y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$y = (x^2+1)(x^3+1) \rightarrow y' = (x^2+1)'(x^3+1) + (x^2+1)(x^3+1)'$$

$$= 2x(x^3+1) + (x^2+1) \cdot 3x^2$$

$$= 2x^4 + 2x + 3x^4 + 3x^2$$

$$= 5x^4 + 3x^2 + 2x$$

*Yennet*

## Diferensial / Turunan

$$1) y = x^n \rightarrow y' = nx^{n-1}$$

$$y = x^7 \rightarrow y' = 7x^6$$

$$y = 2x^3 \rightarrow y' = 6x^2$$

$$2) y = ax \rightarrow y' = a$$

$$3) y = c \rightarrow y' = 0$$

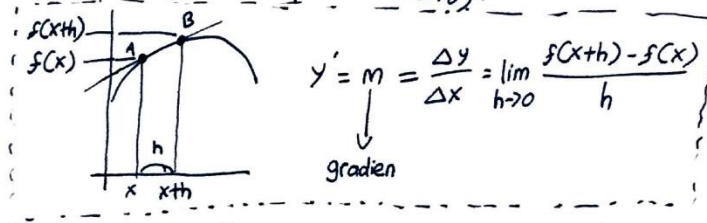
$$4) y = u + v \rightarrow y' = u' + v'$$

$$y = x^4 + x^{\frac{3}{2}}$$

$$y = u - v \rightarrow y' = u' - v'$$

$$y' = 4x^3 + \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$$

note (ngga harus paham 100%):



$$f(x) = x^2 \rightarrow f'(x) = 2x'$$

$$y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x+h)}{h} = \underline{\underline{2x}}$$

kelamaan,  
pake yang  
atas aja

$$5) y = u \cdot v \rightarrow y' = u'v + uv'$$

$$y = (x^2 + 3x + 2)(x^7 + 5x^2 + 3)$$

$$u' = 2x + 3 \quad v' = 7x^6 + 10x$$

$$y' = (2x+3)(x^7+5x^2+3) + (x^2+3x+2)(7x^6+10x)$$

$$6) y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$y = \frac{x^2+3}{x^3+2x+1} \rightarrow u' = 2x$$

$$x^3+2x+1 \rightarrow v' = 3x^2+2$$

$$y' = \frac{2x(x^3+2x+1) - (x^2+3)(3x^2+2)}{(x^3+2x+1)^2}$$

$$7) y = u^n \rightarrow y' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$$

$$y = (x^2 + 3x + 7)^5$$

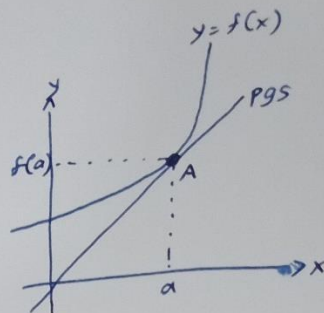
$$y' = 5(x^2 + 3x + 7)^4 \cdot (2x + 3)$$

Kenneth



~~Integral~~  
Garis Singgung

- gradien garis singgung kurva  $y = f(x)$  di titik  $(a, f(a))$  adalah  $f'(a)$   
Persamaan garis singgung di titik tersebut:  $y - f(a) = f'(a)(x - a)$



Integral

integral = anti turunan

- Integral Tak Tentu

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

- Sifat Integral ~~Tak~~ Tak Tentu

$$\int k(f(x)) dx = k \int f(x) dx$$

$$\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$$

meskipun  $a < x < b$ ,  
tetep hitung sampai b

- Integral Tertentu

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^{bc} f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

- Sifat Integral Tertentu

$$\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

## Soal: Integral

-> Permisalan

1) misalkan yang pangkatnya lebih besar (biasanya penyebutnya)

2) turunkan

contoh

3) masukkan integral seperti biasa  
substitusikan

Contoh:

$$\int \frac{\sqrt[3]{x^3 - x^5}}{1 - x^2} dx = \int \frac{(x^3(1-x^2))^{\frac{1}{3}}}{1-x^2} dx$$

langkah ① ← mis  $u = 1 - x^2 = \int \frac{x \cdot u^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{du}{-2x}}{u}$

langkah ②  $\left\{ \begin{array}{l} \frac{du}{dx} = -2x \\ du = -2x dx \\ dx = \frac{du}{-2x} \end{array} \right. = \int -\frac{1}{2} u^{-\frac{2}{3}} du = -\frac{1}{2} \cdot u^{\frac{1}{3}} \cdot 3 + C = \boxed{-\frac{3}{2} (1-x^2)^{\frac{1}{3}} + C}$  } langkah ③

-> Pecahan  $\frac{-7}{-9}$

28) b)  $\int \frac{6x^2 - 15x - 16}{2x^2 - 5x - 3} dx = \int \frac{6x^2 - 15x - 9 - 7}{2x^2 - 5x - 3} dx$

3 kalinya (bisa dipisah)  $= \int \left( 3 - \frac{7}{2x^2 - 5x - 3} \right) dx$

steps:

1) pastikan pangkat paling besarnya

penyebut > pembilang

2) kalau sama berusaha keluarin

3) jadikan

$$\frac{a}{u} + \frac{b}{u}$$

3) integral seperti biasa

$$\begin{aligned} a(x-3) + b(2x+1) &= -7 \\ ax - 3a + 2bx + b &= -7 \\ (a+2b)x + (-3a+b) &= -7 \\ a+2b &= 0 \\ -3a+b &= -7 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -\frac{7}{2x^2 - 5x - 3} &= \frac{-7}{(2x+1)(x-3)} \\ &= \frac{a}{2x+1} + \frac{b}{x-3} \\ &= \frac{a(x-3) + b(2x+1)}{(2x+1)(x-3)} \end{aligned} \rightarrow \text{sama}$$